

Examen Tipo A

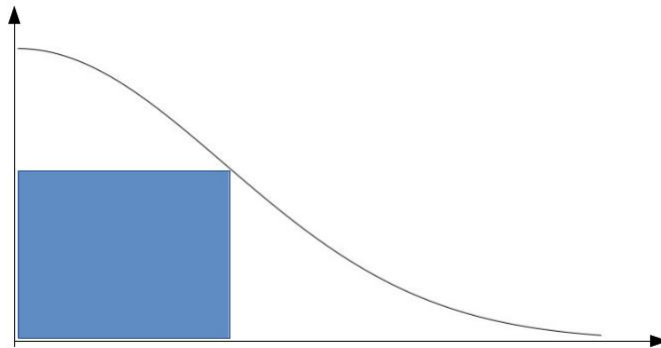
1. Calcule el determinante de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ 2 & -6 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Encuentre tres vectores $x, y, b \in \mathbb{R}^3$ distintos de cero tales que $Ax = b$, $By = b$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Una química tiene tres soluciones ácidas de varias concentraciones. La primera es 10 % ácida; la segunda, 20 % y, la tercera, 40 %. ¿Cuántos mililitros de cada una debe ella usar para hacer 100 mL de una solución al 18 %, si tiene que usar cuatro veces más de la solución al 10 % que de la solución al 40 %?



4. Calcule la siguiente integral:

$$\int_{-2}^{-1} \int_{-2}^{-1} \int_{-2}^{-1} \frac{x^2}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$

5. ¿Cuál es la mayor área posible que tiene un triángulo isóceles de lado 3?

6. Un rectángulo tiene sus lados en los ejes x y y positivos y su esquina superior derecha en la curva $y = e^{-x^2}$, como se muestra en la figura. ¿Cuáles son las dimensiones y el área máxima que puede tener este rectángulo bajo estas condiciones?

7. Escribir un algoritmo que permita hallar el valor de π mediante la siguiente función:

$$\pi = 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{8} \cdots$$

La precisión del cálculo dependerá del número de elementos de la sucesión, n . n será un parámetro que se pase a la función.

8. Escribir un algoritmo para ordenar los siguientes números de menor a mayor en tiempo lineal: 70, 35, 22, 45, 23, 82, 1, 0, 5. (No se permiten ciclos anidados). Hint: No se necesita optimizar la memoria.

9. Un paciente acude al médico porque se siente enfermo. El médico, sospechando que el paciente presenta cierta enfermedad, le hace una prueba que tiene una confiabilidad del 99% -i.e. el 99% de las personas enfermas dan positivo para la enfermedad en la prueba y el 99% de las personas sanas dan negativo. Si se sabe que solo el 1% de la población presenta la enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que el paciente tenga la enfermedad si su prueba sale positiva?

10. Pepita y Pepito juegan una sucesión de partidas del juego *piedra, papel o tijera*. La probabilidad de que Pepita o Pepito ganen la partida en curso es p y q , respectivamente, mientras que la probabilidad de que empaten es r . Cuando alguno de los dos gana una partida de *piedra, papel o tijera* dejan de jugar y se dice ganador del juego. Suponiendo que cada partida es independiente de las demás, ¿cuál es la probabilidad de que Pepita gane el juego?